



研究与开发

大规模 MIMO 系统中基于牛顿迭代和超松弛迭代的 WWSE 预编码算法

孙文胜, 许俊杰

(杭州电子科技大学通信工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 在大规模 MIMO 系统中, 将牛顿迭代法用于传统的 WWSE 预编码算法求逆运算, 但是其迭代初始值计算复杂。针对这一问题, 提出 WWSESOR-NT 算法。在 SOR 算法的基础上提出中间算法, 然后与牛顿迭代算法相结合, 利用中间算法直接对高阶矩阵的逆进行估算, 将得到的结果作为牛顿迭代法的迭代初始值以加快收敛速度。仿真结果显示, 与传统牛顿迭代法比较, WWSESOR-NT 算法能够以更少的迭代次数和近似相同的复杂度逼近 WWSE 算法的性能。

关键词: 大规模 MIMO; 最小均方误差预编码; 超松弛迭代; 牛顿迭代

中图分类号: TP929.53

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2019278

Newton iteration and SOR iteration based WWSE precoding algorithm in massive MIMO systems

SUN Wensheng, XU Junjie

Telecommunication Engineering School, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

Abstract: In massive MIMO system, Newton iteration algorithm was applied to the traditional minimum mean-square error (WWSE) precoding algorithm to calculate the inverse operation, but the initial value of iteration was complicated. Aiming at this problem, WWSESOR-NT algorithm was proposed. The intermediate algorithm based on the SOR iterative algorithm was proposed. Then combined with Newton iteration algorithm, the intermediate algorithm was used to directly estimate the inverse of higher-order matrix, and the result was taken as the initial value of Newton iteration algorithm to accelerate the convergence speed. The simulation results show that WWSESOR-NT algorithm can approximate the performance of WWSE algorithm with fewer iterations and approximately the same complexity.

Key words: massive MIMO, MMSE precoding, SOR iteration, Newton iteration

1 引言

美国贝尔实验室的 Marzetta 在 2010 年提出

massive MIMO (大规模 MIMO) 技术, 通过在基站配置大数目的天线, 不用增加发射功率和频谱便可获得显著的系统容量增益和能效^[1-2]。但是在

收稿日期: 2019-06-30; 修回日期: 2019-11-10



现实生活中,用户和基站天线数目过大会导致大规模 MIMO 系统下行链路预编码算法复杂度急剧增加。目前,非线性预编码中的脏纸预编码 (dirty paper precoding, DPC)^[3]虽然性能优异,但是由于复杂度很高而难以实际应用。根据随机矩阵理论,在大规模 MIMO 系统中,存在信道硬化现象^[4],使迫零 (zero-forcing, ZF) 预编码和最小均方误差 (minimum mean-square error, MMSE) 预编码这类线性预编码算法能以较小的复杂度逼近非线性预编码的性能。

虽然线性预编码算法的可行性更强,但是都包括了一个厄米特 (Hermitian) 矩阵求逆过程,尤其在大规模 MIMO 系统中,巨大的用户天线数使这个求逆过程变得十分复杂。以何种方式求逆成为降低算法复杂度的关键,当前根据能否对厄米特矩阵直接求逆可以将线性预编码算法分为两类。一类是 Richardson 算法^[5]、雅克比迭代算法^[6]和超松弛迭代 (successive over relaxation, SOR) 算法^[7],这类算法本质都是通过计算矩阵逆和符号向量的乘积项来跳过复杂的求逆过程,牺牲部分性能使算法复杂度从精确求逆的 $\mathcal{O}(K^3)$ 降低到 $\mathcal{O}(K^2)$ 。另一类算法可以直接估算矩阵的逆,如参考文献[8]中利用 Neumann 展开式来估算矩阵的逆,算法在逼近传统 WWSE 算法性能时复杂度较高,并且收敛速度不理想。参考文献[9]中的牛顿迭代法利用迭代来进行矩阵求逆,收敛速度很快,但是计算复杂度及算法收敛非常依赖迭代初始值的选择。

为了使牛顿迭代法选取合适的迭代初始值,可以一定程度上减小算法的计算复杂度。因此,本文先在 SOR 算法基础上提出中间算法,通过在超松弛迭代周期之前分离符号向量,从而能够直接估算厄米特矩阵的逆。再与牛顿迭代法结合,将估算结果作为牛顿迭代法的初始值,得到最小均方误差超松弛牛顿 (minimum mean-square error successive over relaxation Newton, WWSE-SOR-NT) 联合算法。仿真结果表明,与传统的牛顿迭代法

比较,新算法结合了 SOR 算法和牛顿迭代法的优点,能够以极少的迭代次数和近似相同的复杂度达到传统 MMSE 算法的性能。

2 系统模型

大规模 MIMO 系统模型框架如图 1 所示。假设大规模 MIMO TDD 系统中下行链路的单小区多用户场景中,基站装有 M 根发射天线,同时为 K 个单天线用户服务,且 $M \gg K$ 。衰落模型采用平坦瑞利 (Rayleigh) 衰落信道,如果系统中信道状态信息 (channel state information, CSI) 已知,那么用户接收的信号 y 为:

$$y = \sqrt{P_d} Hx + n \quad (1)$$

其中, P_d 是下行链路信号传输功率, $H \in \mathbb{C}^{K \times M}$ 表示瑞利衰落信道的增益矩阵, $n \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ 表示加性高斯白噪声,服从均值为 0,噪声方差为 σ^2 。 $x \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 表示经过预编码的信号向量:

$$x = Ws \quad (2)$$

其中, $W \in \mathbb{C}^{M \times K}$ 表示预编码矩阵, $s \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ 是 K 个单天线用户发射向量,并且满足 $E = \{\|s_i\|^2\} = 1$ 。

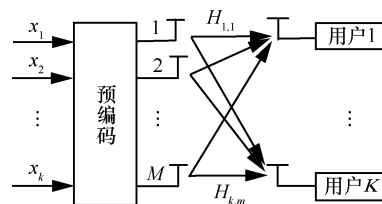


图 1 大规模 MIMO 系统模型框架

3 传统 WWSE 预编码算法

WWSE 算法的预编码矩阵可表示为:

$$W = \beta H^H \left(H H^H + \frac{\sigma^2}{P_t} I_K \right)^{-1} \quad (3)$$

其中, β 是功率约束因子, I_K 表示 K 维的单位矩阵, 令 $G = \left(H H^H + \frac{\sigma^2}{P_t} I_K \right)$ 且 $W_{\text{temp}} = H^H G$, 那么:

$$\beta = \sqrt{\frac{P_T}{\text{tr}(W_{\text{temp}} W_{\text{temp}}^H)}} \quad (4)$$

其中, $\text{tr}(\cdot)$ 表示求矩阵的迹, P_T 表示传输信号的功率。

联合式 (2) 和式 (3) 可得:

$$x = \beta H^H G^{-1} s \quad (5)$$

4 WWSESOR-NT 算法

4.1 超松弛迭代算法

由于矩阵 G 为厄米特正定矩阵, 所以, 可分解为:

$$G = D + L + L^H \quad (6)$$

其中, D 、 L 、 L^H 分别表示 G 的对角线元素、严格下三角元素以及严格上三角元素。

令 $\hat{s} = G^{-1} s$, 利用 SOR 算法计算 $\hat{s}$ 则有:

$$\hat{s}_i = (D + \omega L)^{-1} \{[(1 - \omega)D - \omega L^H] \hat{s}_{i-1} + \omega s\} \quad (7)$$

其中, 下标 i 表示迭代次数, ω 表示松弛因子。

将式 (7) 将代入式 (5) 后, 信号向量 x 变为:

$$x = \beta H^H \hat{s}_i \quad (8)$$

SOR 算法是在高斯-赛德尔迭代法的基础上, 使用加权平均法得到的。参考文献[10]计算了两者的迭代速率, 证明了 SOR 算法迭代速度比高斯-赛德尔算法更快。

4.2 WWSESOR-NT 算法

牛顿迭代法起源于泰勒级数展开, 具有收敛速度快的特点, 迭代计算式具体如式 (9):

$$A_i = A_{i-1} (2I_K - G A_{i-1}) \quad (9)$$

其中, A_0 是迭代初始值, 只有当 A_0 满足 $\|I_K - G A_0\| < 1$ 时, 算法才收敛。牛顿迭代法对迭代初始值要求严格, 如果选择的初始值接近真实值, 那么可以迅速找到最优解, 从而减少迭代次数以及降低复杂度, 否则容易造成计算复杂度过高甚至算法不收敛。为了充分发挥牛顿迭代法的潜力, 利用 SOR 算法为牛顿迭代法提供初始值。

由于此算法的本质是对线性方程组求解, 无法直接获得矩阵的逆。但是要与牛顿迭代法结合, 就必须能够获得矩阵的逆。而目前没有很好的办法可以直接从迭代结果中分离所需矩阵的逆, 所以本文在 SOR 算法基础上提出中间算法, 使其能够直接对 G^{-1} 估算。采取的方法是在迭代之前, 将矩阵 G 和符号向量 s 分离, 具体证明由下面的引理给出。

引理 当迭代次数 $i \rightarrow \infty$ 时, 则有 $t_i \rightarrow G^{-1}$, 中间算法迭代计算式由式 (10) 给出:

$$t_i = (D + \omega L)^{-1} \{[(1 - \omega)D - \omega L^H] t_{i-1} + \omega I_K\} \quad (10)$$

其中, 迭代的初始值 t_0 设置为 D^{-1} 。

在证明引理之前, 首先利用数学归纳法证明命题 $\hat{s}_i = t_i s_i \geq 0$ 成立。

当 $i=0$ 时, $t_0 = D^{-1}$, 有 $\hat{s}_0 = D^{-1} s = t_0 s$, 则命题成立。

当 $i=1$ 时, 将 $t_0 = D^{-1}$ 代入式 (10) 可得:

$$t_1 = (D + \omega L)^{-1} \{[(1 - \omega)D - \omega L^H] D^{-1} + \omega I_K\} \quad (11)$$

根据式 (7) 可得 $\hat{s}_1$:

$$\hat{s}_1 = (D + \omega L)^{-1} \{[(1 - \omega)D - \omega L^H] D^{-1} s + \omega s\} = t_1 s \quad (12)$$

命题成立。

假设 $i < k$ 时, 命题成立, 即 $\hat{s}_{k-1} = t_{k-1} s$ 。

当 $i=k$ 时, 则有:

$$\begin{aligned} \hat{s}_k &= (D + \omega L)^{-1} \{[(1 - \omega)D - \omega L^H] \hat{s}_{k-1} + \omega s\} = \\ &= (D + \omega L)^{-1} \{[(1 - \omega)D - \omega L^H] t_{k-1} s + \omega s\} = t_k s \end{aligned} \quad (13)$$

所以, 命题 $\hat{s}_i = t_i s_i \geq 0$ 成立。

因为根据 SOR 算法, 当 $i \rightarrow \infty$ 时, 存在 $\hat{s}_i \rightarrow G^{-1} s$ 。

又因为命题 $\hat{s}_i = t_i s$ 成立, 所以当 $i \rightarrow \infty$ 时, 此时 $t_i \rightarrow G^{-1}$, 引理证明完毕。

通过以上证明, 说明中间算法能够直接估算 G^{-1} , 将其迭代结果作为牛顿迭代法的迭代初始值,



以进一步加快收敛速度,下面是 WWSESOR-NT 算法的具体步骤:

WWSESOR-NT 算法

输入 H^H, s

输出 x

$$G = \left(HH^H + \frac{\sigma^2}{P_T} I_K \right)$$

$$t_0 = D^{-1}$$

$$t_1 = (D + \omega L)^{-1} \{[(1 - \omega)D - \omega L^H]t_0 + \omega I_K\}$$

$$A_0 = t_1$$

for $i=1:k$

$$A_i = A_{i-1}(2I_K - GA_{i-1})$$

end

$$x = \beta H^H A_i s$$

可以看出, WWSESOR-NT 算法结合了两种算法的优势。基于 SOR 算法提出的中间算法在迭代初期去除符号向量 s 后,能够在迭代初期尽可能地缩小与 G^{-1} 准确值之间的差距,有效地改善了牛顿迭代法初期的复杂度,使其更加快速有效地求解 G^{-1} ,从而在迭代初期就表现出其快速收敛的特点。WWSESOR-NT 算法未来也可以应用在很多特殊场景,例如,经常通过计算系统总速率来比较算法的性能^[11],而总数据速率计算式需要得到 $\text{tr}(G^{-1})$ 。或者是参考文献[12]中的矩阵求逆快速更新算法,至少需要一次计算 G^{-1} 的值,否则无法进行快速更新。

4.3 收敛性分析

本文算法的收敛性分为两个部分,具体如下。

第一个是松弛因子 ω 的取值范围,首先通过计算迭代误差来证明中间算法具有 SOR 算法相同的收敛特点。

$$t_i - G^{-1} = (D + \omega L)^{-1} \{[(1 - \omega)D - \omega L^H]t_{i-1} + \omega I_K\} - G^{-1} \quad (14)$$

由于 $L^H = G - D - L$, 则式 (14) 化简为:

$$\begin{aligned} t_i - G^{-1} &= (D + \omega L)^{-1} [D + \omega L - \omega G]t_{i-1} + \\ & (D + \omega L)^{-1} \omega I_K - G^{-1} = \\ & [I_K - \omega(D + \omega L)^{-1} G]t_{i-1} + \omega(D + \omega L)^{-1} I_K - G^{-1} = \\ & t_{i-1} - G^{-1} - \omega(D + \omega L)^{-1} (Gt_{i-1} - I_K) \end{aligned} \quad (15)$$

将 $I_K = GG^{-1}$ 代入式 (15) 可化简为:

$$t_i - G^{-1} = t_{i-1} - G^{-1} - \omega(D + \omega L)^{-1} (Gt_{i-1} - I_K) = \\ (t_{i-1} - G^{-1})[I_K - \omega(D + \omega L)^{-1} G] \quad (16)$$

将式 (16) 右侧根据迭代次数可展开得:

$$t_i - G^{-1} = (t_0 - G^{-1})[I_K - \omega(D + \omega L)^{-1} G]^i \quad (17)$$

将 $I_K = (D + \omega L)(D + \omega L)^{-1}$ 代入式 (17):

$$t_i - G^{-1} = (t_0 - G^{-1})[I_K - \omega(D + \omega L)^{-1} G]^i = \\ (t_0 - G^{-1})[(D + \omega L - \omega G)(D + \omega L)^{-1}]^i \quad (18)$$

因为 $L - G = -D - L^H$, 则等式右边为:

$$t_i - G^{-1} = (t_0 - G^{-1})\{[(1 - \omega)D - \omega L^H](D + \omega L)^{-1}\}^i \quad (19)$$

由式 (19) 可知, 中间算法的迭代矩阵为 $(D + \omega L)^{-1}[(1 - \omega)D - \omega L^H]$, 与式 (7) 相同, 说明中间算法能够直接估算矩阵逆的同时, 仍然保持 SOR 算法高速收敛的特点。那么根据参考文献[13], 算法的最优松弛因子 ω_{opt} 为:

$$\omega_{\text{opt}} = \frac{2}{\sqrt{1 - u^2}} \quad (20)$$

其中, $u = \rho(B_J) = \rho[D^{-1}(L + L^H)] < 1$, $\rho(\cdot)$ 表示矩阵的谱半径, B_J 表示雅克比迭代法的迭代矩阵。参考文献[10]已经给出 ω_{opt} 的值, 只与基站发射天线 M 和单天线用户数 K 有关:

$$\sqrt{\frac{K}{M}} < 0.414 \quad (21)$$

第二个是牛顿迭代法中初始值的选取必须满足 $\|I_K - GA_0\| < 1$ 才能收敛, 并且 $\|I_K - GA_0\|$ 的值越小, 则算法收敛速度越快。根据参考文献[14],

当 G 为正定矩阵时, 牛顿迭代初始值 A_0 可选择为:

$$A_0 = \frac{2}{\text{tr}(G)} I_K \quad (22)$$

此时满足收敛条件, 如果可以估算矩阵 G 的最大、最小特征值, 则 A_0 可以选择为:

$$A_0 = \frac{2}{\lambda_{\max}(G) + \lambda_{\min}(G)} I_K \quad (23)$$

直接计算矩阵的最大、最小特征值比较复杂。不过由参考文献[15]可知, Gram 矩阵 HH^H 是中心 Wishart 矩阵, 当天线 M 和 K 的数目趋于无穷时, 可以对矩阵 HH^H 的最大、最小特征值进行估算, 又因为 $G = \left(HH^H + \frac{\sigma^2}{P_T} I_K \right)$, 那么矩阵的最大、最小特征值可以化简为:

$$\lambda_{\max}(G) = M \left(1 + \sqrt{\frac{K}{M}} \right)^2 + \frac{\sigma^2}{P_T} \quad (24)$$

$$\lambda_{\min}(G) = M \left(1 - \sqrt{\frac{K}{M}} \right)^2 + \frac{\sigma^2}{P_T} \quad (25)$$

将式 (24) 和式 (25) 代入式 (23), 化简为

$$A_0 = \frac{1}{M + K + \frac{\sigma^2}{P_T}} I_K \quad (26)$$

另外参考文献[16]提出, 迭代初始值 A_0 为式 (27) 也可以满足收敛条件:

$$A_0 = D^{-1} \quad (27)$$

为了说明本文算法的优势, 在大规模 MIMO 系统中选择两种典型的天线配置, 分别将本文中中间算法迭代结果式 (22)、式 (26) 和式 (27) 作为迭代初始值代入并求取 $\|I_K - GA_0\|$ 值进行比较。各种取值下牛顿迭代法的收敛情况如图 2 所示。

由图 2 可知, 首先, 在 $M/K = 8$ 和 $M/K = 16$ 两种天线配置下, 牛顿迭代法选择其中任何迭代初始值都收敛。其次, 当取值相同时, 牛顿迭代法在 $M/K = 16$ 的配置下要比在 $M/K = 8$ 的配置下得到更小的 $\|I_K - GA_0\|$ 的值, 即算法收敛速度

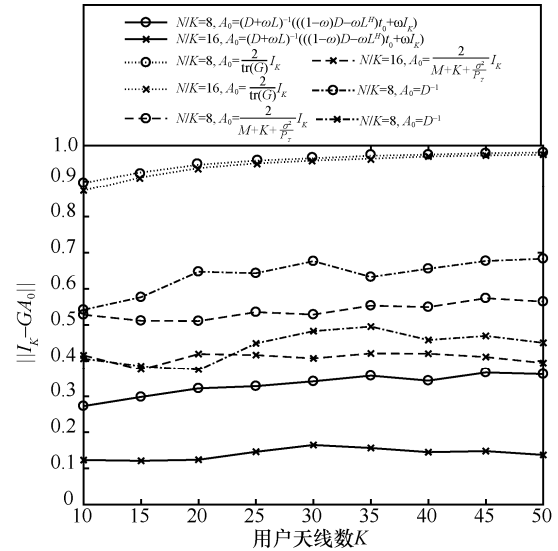


图 2 各种取值下牛顿迭代法的收敛情况

更快。最后, 无论哪种天线配置, 本文给出的迭代初始值都能够获得最小 $\|I_K - GA_0\|$ 值, 即说明能让牛顿迭代法获得更快的收敛速度, 从而减小计算复杂度。

4.4 复杂度分析

本文计算时间复杂度主要考虑乘法运算, WWSESOR-NT 算法大致可以分为两个部分, 首先, 利用中间算法计算牛顿迭代初始值 A_0 , 此时的复杂度为 $O(K^2)$ 。其次, 将 A_0 代入牛顿迭代法, 此时算法中包括 K 阶的方阵与方阵相乘, 所以时间复杂度为 $O(K^3)$ 。与精确求逆算法相比, WWSESOR-NT 算法的复杂度虽然也是 $O(K^3)$, 但是由于 $D + \omega L$ 是下三角矩阵, 所以在求 $D + \omega L$ 的逆时, 只相当于对其对角线元素进行求倒运算, 相对比较简单。

如果在实际应用中, 只考虑计算经过预编码过程的信号 x 。类似 SOR 的算法, 通过计算线性方程组跳过求解 G^{-1} 过程, 显然在时间复杂度上更占优势。如果从整体考虑, 能够直接估计 G^{-1} 的算法应用范围更广泛。参考文献[16]中迭代初始值 $A_0 = D^{-1}$, 第一步迭代 $A_1 = D^{-1}(2I_K - GD^{-1})$, 其中包含两次 K 阶的对角矩阵与 K 阶的方阵相乘, 所以时间复杂度为



$o(K^2)$ 。Neumann 级数算法一步迭代的复杂度只有 $o(K)$ ，但是明显一步迭代是无法满足性能需求的。一般为了保证足够的估算精度，上述算法至少迭代 3 次以上，此时算法的复杂度都达到了 $o(K^3)$ ，所以从性能角度考虑，WWSE-SOR-NT 算法能够以近似相等的复杂度，做到更快的速度收敛，使得极小的迭代次数即可满足性能需求，这是优势所在。

5 实验仿真

本文仿真环境设置为 $M \times K = 128 \times 16$ 和 $M \times K = 256 \times 16$ 两种典型的大规模 MIMO 天线场景，调制方式设置为 64QAM，采用平坦衰落瑞利信道。与 Neumann 算法、SOR 算法以及牛顿迭代法进行比较，将传统 WWSE 算法性能作为基准，具体 BER 性能如图 3、图 4 所示。

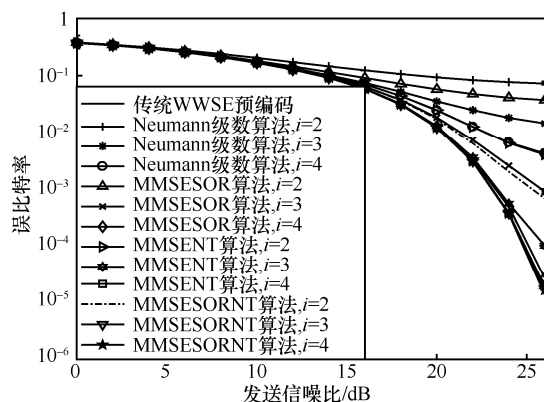


图3 $M \times K = 128 \times 16$ 的误码率性能对比

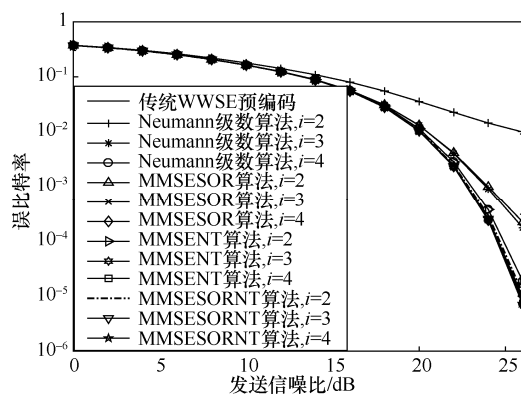


图4 $M \times K = 256 \times 16$ 的误码率性能对比

由图 3 可知，首先随着迭代次数的增加，以上几种算法的 BER 性能都得到提升。但是在相同迭代次数下，明显 MMSE-SOR-NT 算法的性能最优，其次是牛顿迭代法，再者是 SOR 算法，Neumann 算法性能最差。当迭代次数 $i = 2$ 时，SNR 为 26 dB 时，此时 MMSE-SOR-NT 算法 BER 性能小于 10^{-3} ，而牛顿迭代法为 0.5×10^{-2} ，其余两种算法都未达到 10^{-2} 。当迭代次数 $i = 3$ 时，此时 MMSE-SOR-NT 算法已经达到基准线，而 SOR 算法勉强达到 MMSE-SOR-NT 算法在 $i = 2$ 的 BER 性能，Neumann 算法的性能一直未达到 MMSE-SOR-NT 算法的标准。

图 4 中由于 M/K 比值增大，各个子信道出现渐进正交性，Gram 矩阵 HH^H 具有主对角占优的特点，使得各种算法的性能得到很大提高。此时，MMSE-SOR-NT 算法仅需两步迭代就能够达到基准性能，而牛顿迭代法和 SOR 算法至少需要迭代 3 次，Neumann 算法需要迭代 4 次以上。

6 结束语

本文将牛顿迭代法与 SOR 算法相结合得到 WWSE-SOR-NT 算法，由于 SOR 算法无法直接估算矩阵的逆，所以在 SOR 算法的基础上提出了中间算法。所提算法不仅能够用于改进牛顿迭代初始值，未来也可应用在矩阵求逆快速更新算法等特殊场景。将中间算法的一步迭代结果作为牛顿迭代法的迭代初始值，让算法的初期搜索方向效率更高。与当前牛顿迭代法比较，其 $\|I_K - GA_0\|$ 值更小，有效地加快了算法的收敛速度。实验仿真说明，在 128×16 和 256×16 的天线配置场景下，与 SOR 算法和 Neumann 算法相比，WWSE-SOR-NT 算法的收敛速度很快，能够以非常少的迭代次数和近似相等的复杂度达到传统 WWSE 算法的性能。

参考文献:

- [1] NGO H Q, LARSSON E G, MARZETTA T L, et al. Energy and

- spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(4): 1436-1449.
- [2] 曹海燕, 冯瑞瑞, 方昕, 等. 大规模 MIMO 系统中基于能效最大化的资源联合优化算法[J]. 电信科学, 2017, 33(12): 84-90.
CAO H Y, FENG R R, FANG X, et al. A joint optimization algorithm based on energy efficiency maximization for massive MIMO systems[J]. Telecommunications Science, 2017, 33(12): 84-90.
- [3] COSTA M H M. Writing on dirty paper[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1983, 29(3): 439-441.
- [4] NARSINMHAN T L, CHOCKALINGA-M A. Channel hardening-exploiting message passing(CHEMP) receiver in large-scale MIMO systems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8(5): 847-860.
- [5] LU Z, NING J, ZHANG Y, et al. Richards-on method based linear precoding with low complexity for massive MIMO system[C]//IEEE Vehicular Technology Conference, May 11-14, 2015, Glasgow, UK. Piscataway: IEEE Press, 2015: 1-4.
- [6] SONG W, CHEN X, WANG L, et al. Joint conjugate gradient and Jacobi based low complexity precoding for massive MIMO systems[C]//IEEE/CIC International Conference on Communications in China, July 27-29, 2016, Chengdu, China. Piscataway: IEEE Press, 2016: 1-5.
- [7] GAO X Y, DAI L L, HU Y T, et al. Matrix inversion-less signal detection using SOR method for uplink large-scale MIMO systems[C]//IEEE Global Communications Conference, December 8-12, 2015, Austin, TX, USA. Piscataway: IEEE Press, 2015: 3291-3295.
- [8] GAO X, DAI L, ZHANG J, et al. Capacity-approaching linear precoding with low-complexity for large-scale MIMO systems[C]//2015 IEEE International Conference on Communications, June 8-12, 2015, London, UK. Piscataway: IEEE Press, 2015: 1577-1582.
- [9] LI T, PATOLE S, TORLAK M. A multistage linear receiver approach for MMSE detection in massive MIMO[C]//Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, November 2-5, 2014, Pacific Grove, CA, USA. Piscataway: IEEE Press, 2014: 2067-2072.
- [10] ZHU Q H, SONG Z P, WU J Q. A low-complexity RZF-SOR precoding algorithm for massive MIMO systems[J]. Telecommunication Engineering, 2017, 57(12): 1427-1432.
- [11] ZHOU D, CAO H Y, XU F M, et al. A low complexity ZF precoding scheme based on weighted Gauss-Seidel in massive MIMO systems[J]. Telecommunication Science, 2019, 35(3): 69-75.
- [12] ROSARIO F, MONTEIRO F A, RODRIGUES A. Fast matrix inversion updates for massive MIMO detection and precoding[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 23(1): 75-79.
- [13] BJORCK A. Numerical methods in matrix computations[M]. Berlin: Springer International Publishing, 2015.
- [14] ZHANG Y N, MA W M, CAI B H. From Zhang neural network to Newton iteration for matrix inversion[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2009, 56(7): 1405-1415.
- [15] AJOSE S O, IMOIZE A L, BAKARE R A, et al. BER comparison of different modulation schemes over AWGN and Rayleigh fading channels for MIMO-OFDM system[J]. International Journal of Communication Networks & Distributed Systems, 2017, 18(2): 129.
- [16] TANG C, LIU C, YUAN L C, et al. High precision low complexity matrix inversion based on Newton iteration for data detection in the massive MIMO[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(3): 490-493.

[作者简介]



孙文胜(1966—), 男, 杭州电子科技大学通信工程学院副教授, 主要研究方向为网络通信、无线通信等。



许俊杰(1995—), 男, 杭州电子科技大学通信工程学院硕士生, 主要研究方向为无线通信、大规模 MIMO 系统中的预编码算法。